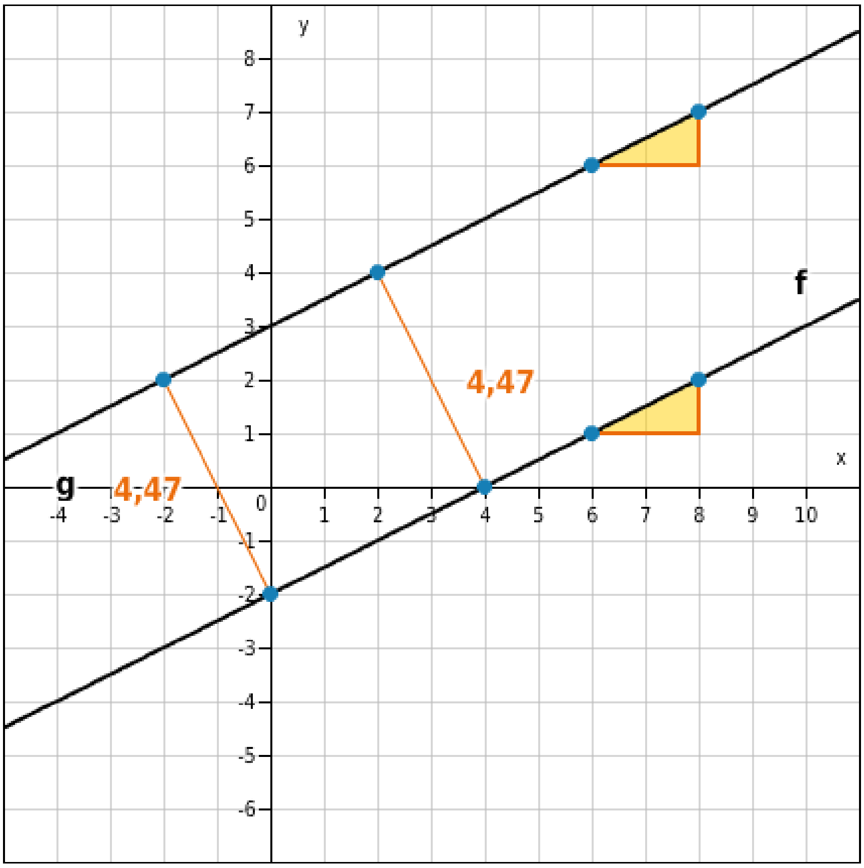
Evenwijdige lijnen

Evenwijdige lijnen snijden elkaar nooit en hebben overal dezelfde afstand tot elkaar. Daardoor hebben evenwijdige lijnen dezelfde richtingscoëfficiënt.

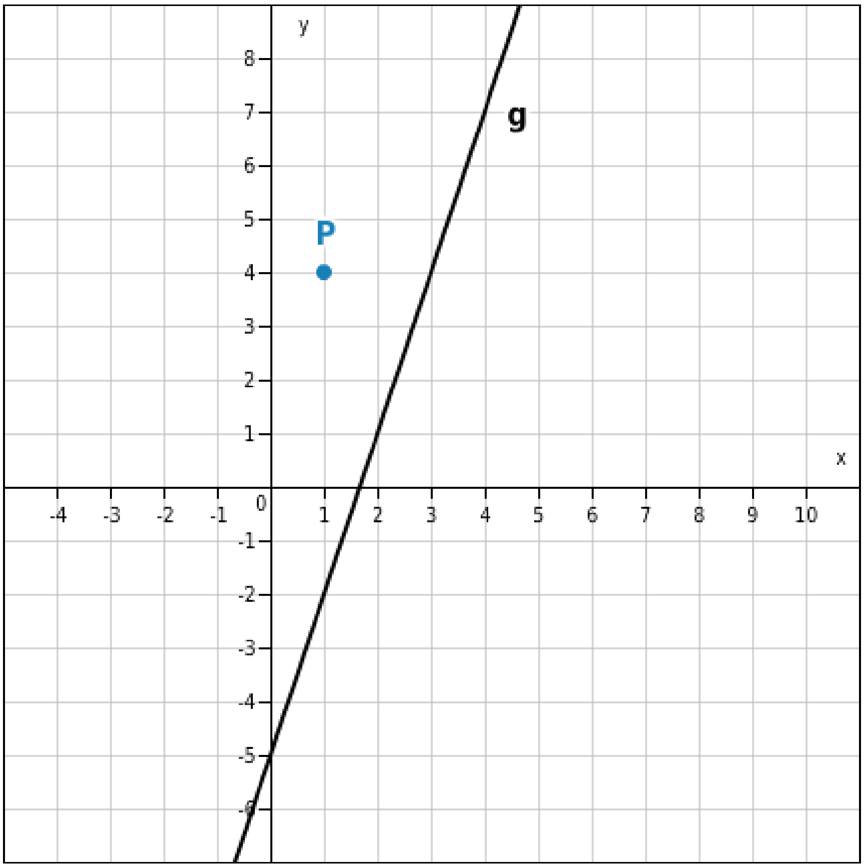


Evenwijdige lijnen hebben dezelfde richtingscoëfficiënt. Evenwijdige lijnen snijden elkaar nooit.

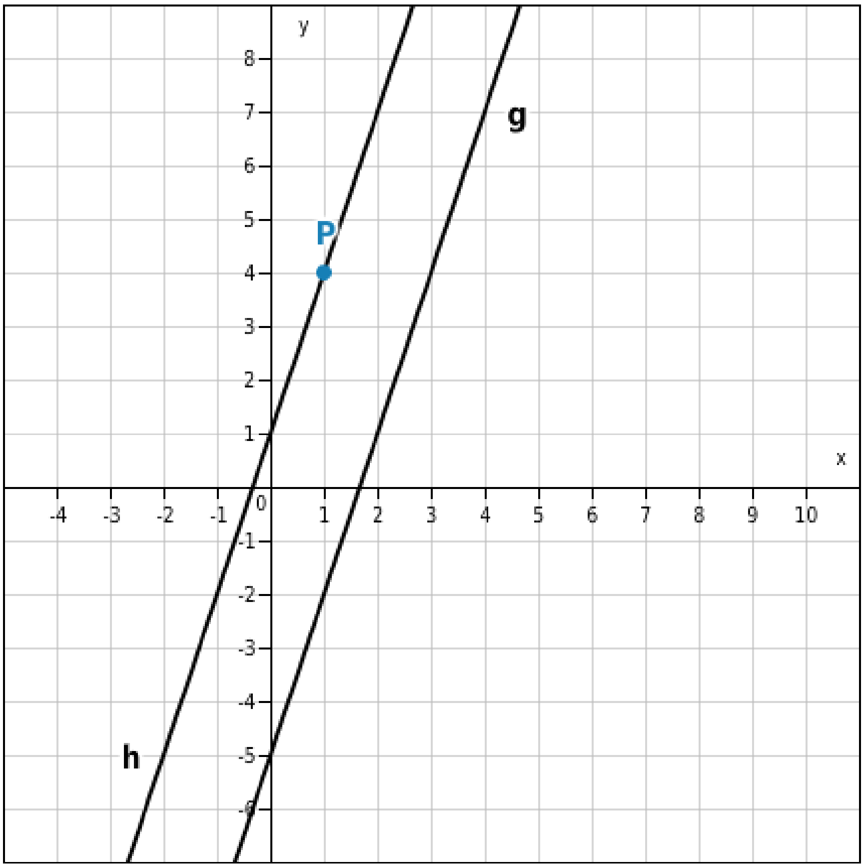
Als we een lijn evenwijdig met een andere lijn willen tekenen, moeten we hiervan eerst de richtingscoëfficiënt berekenen.

---- Voorbeeld 1 ----

Teken een lijn h evenwijdig met lijn g door punt P.

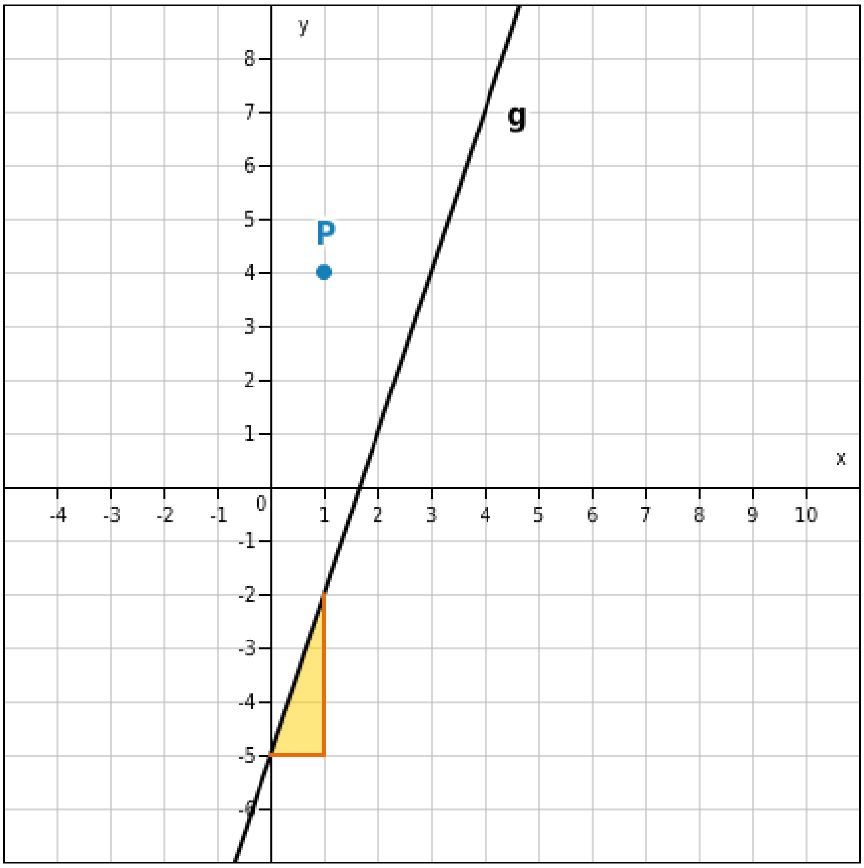


Oplossing:



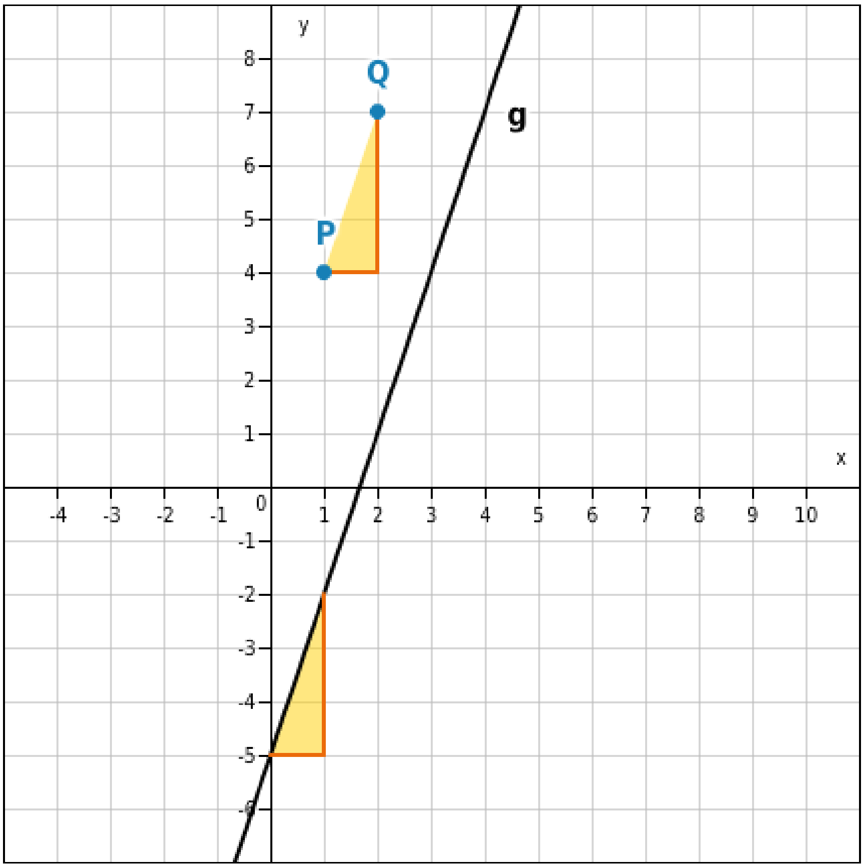
Uitleg:

Stap 1. Bereken de richtingscoëfficiënt van lijn g.
Op lijn g liggen de twee punten $(0\,;\,-5)$ en $(1\,;\,-2)$. Zoals te zien is in het assenstelsel gaan we van $(0\,;\,-5)$ naar $(1\,;\,-2)$ door **1** hokje naar rechts te gaan en **3** naar boven.

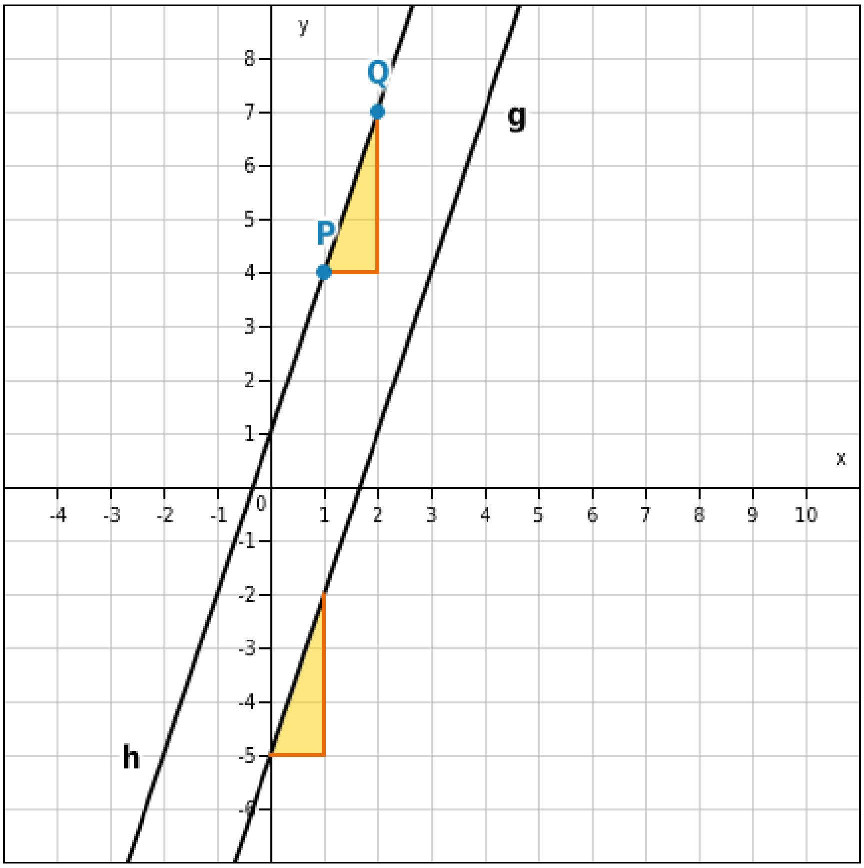


De richtingscoëfficiënt van lijn g is dus $\frac{3}{1} = 3$.

Stap 2. Trek een lijn door punt P met dezelfde richtingscoëfficiënt.
We tekenen een tweede punt Q dat op lijn h ligt met behulp van de richtingscoëfficiënt. Vanaf P gaan we **1** naar rechts en **3** omhoog. Daar ligt punt Q.



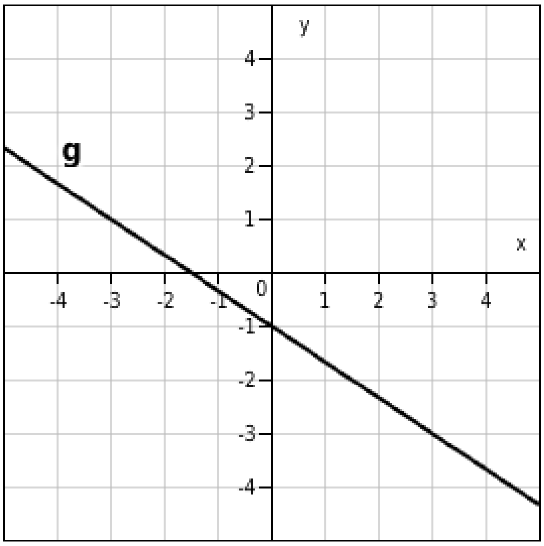
Door P en Q trekken we een rechte lijn. Dit is lijn h.



---- Voorbeeld 2 ----

Lijnen g en h zijn evenwijdig. Vul het ontbrekende getal in de formule van h in.

h: y = __ x + 2



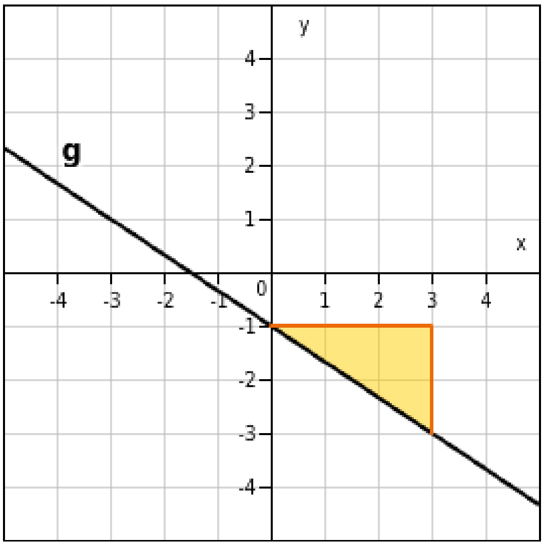
Oplossing

h: $y = -\frac{2}{3}x + 2$

Uitleg:

Het ontbrekende getal is de richtingscoëfficiënt van lijn h. Omdat lijn h evenwijdig is met lijn g zijn de richtingscoëfficiënten van deze lijnen hetzelfde. Het ontbrekende getal is dus ook de richtingscoëfficiënt van lijn g.

Op lijn g liggen de twee punten $(3\,;\,-3)$ en $(0\,;\,-1)$. We gaan van $(0\,;\,-1)$ naar $(3\,;\,-3)$ door **3** hokjes naar rechts te gaan en **2** naar beneden. De richtingscoëfficiënt van lijn g is dus $\frac{-2}{3}$. Dit zien we ook in het assenstelsel.

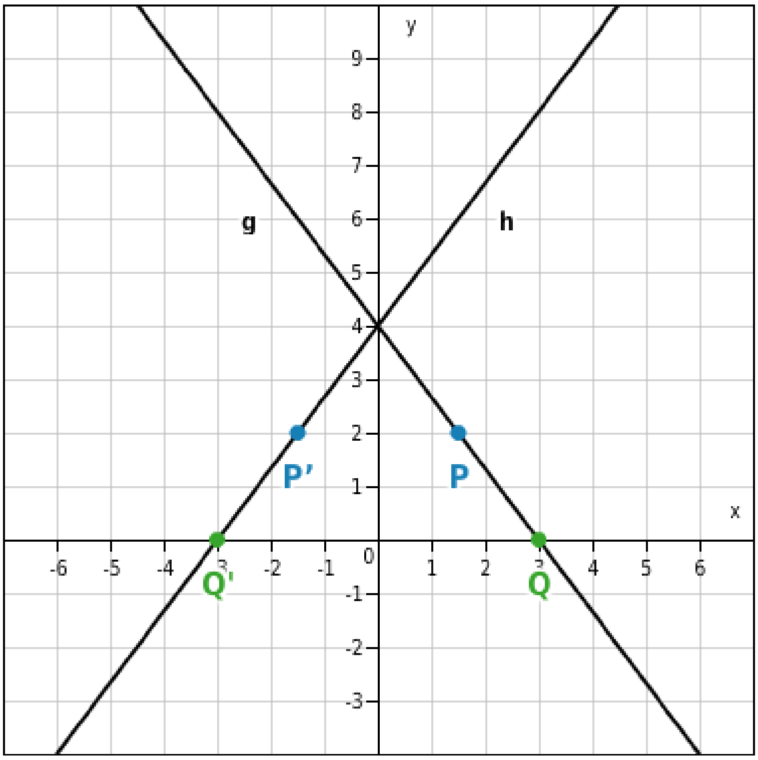


Het ontbrekende getal is dus $-\frac{2}{3}$.

Lijnen spiegelen in assen

We weten al hoe we punten spiegelen. Als we een punt in de y-as spiegelen verandert het teken van de x-coördinaat (- wordt + en + wordt -). De y-coördinaat van het punt blijft hetzelfde.

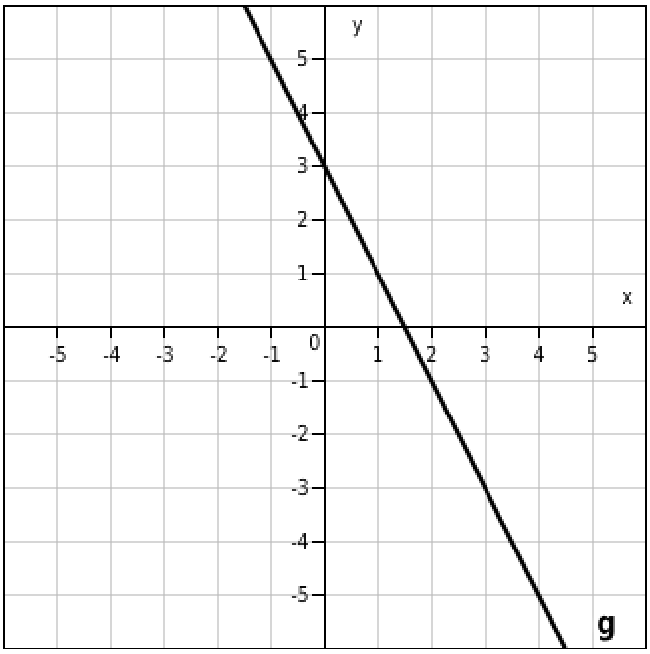
We kunnen ook een **hele lijn in de y-as spiegelen**. In het plaatje is lijn g in de y-as gespiegeld. Elk punt op lijn g is gespiegeld in de y-as en ligt op de gespiegelde lijn h.



Als de formule van lijn g: $y = a_g x + b_g$ is, dan is de formule van de gespiegelde lijn h: $y = a_h x + b_h$, waarbij:
$a_h = - a_g$ en $b_h = b_g$

---- Voorbeeld --

Lijn h is lijn g gespiegeld in de y-as. Geef de formule van lijn h.



Oplossing:

h: $y = 2x + 3$

Uitleg:

We stellen eerst de formule van lijn g op. Het snijpunt met de y-as is $b_g = 3$. De richtingscoëfficiënt van lijn g is $a_g = -2$.

Dus voor lijn h geldt:

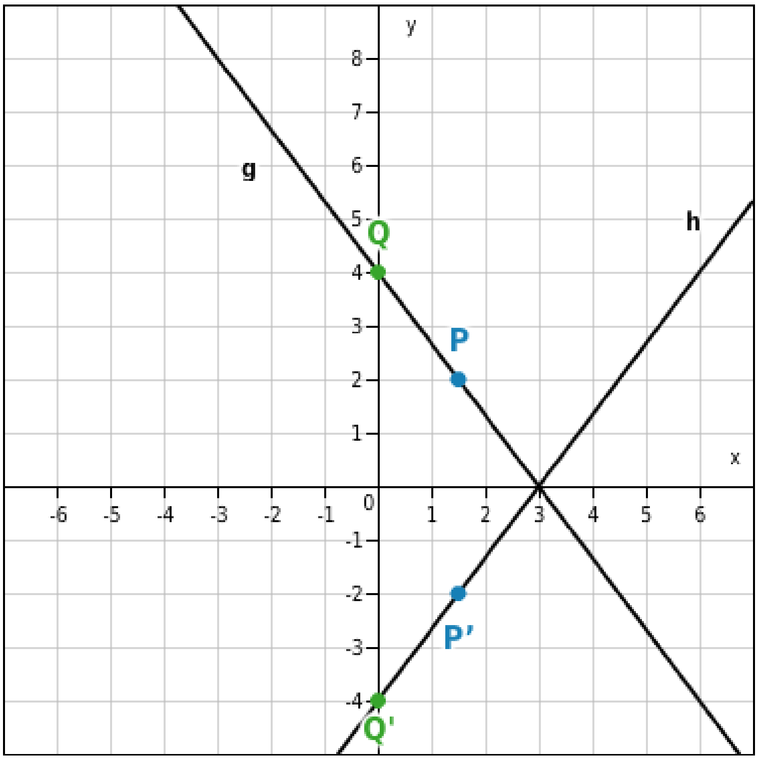
$a_h = -a_g = 2$ en $b_h = b_g = 3$

Dus de formule van lijn h is:

$y = 2x + 3$

Als we een punt in de x-as spiegelen, verandert de y-coördinaat van teken. De x-coördinaat verandert niet.

We kunnen ook een **hele lijn in de x-as spiegelen**. In het plaatje is lijn g in de x-as gespiegeld. Elk punt op lijn g is gespiegeld in de x-as en ligt op de gespiegelde lijn h.

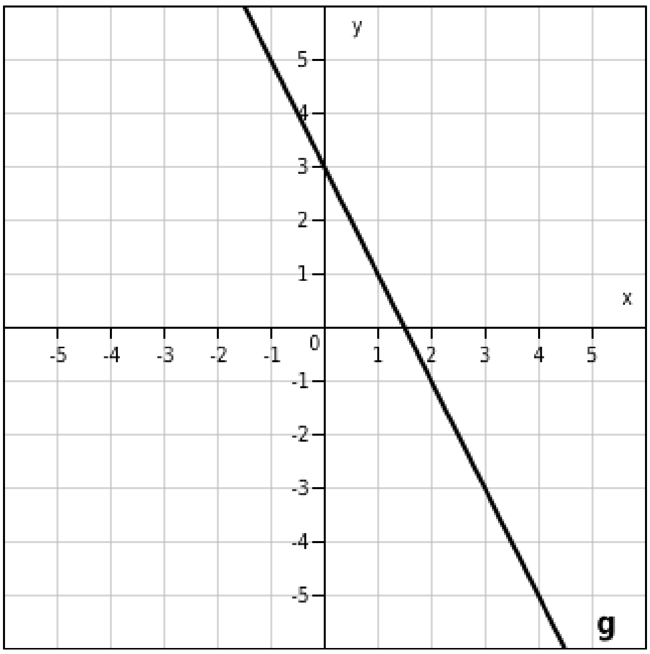


Als de formule van lijn g: $y = a_g x + b_g$ is, dan is de formule van de gespiegelde lijn h: $y = a_h x + b_h$, waarbij:

$a_h = - a_g$ en $b_h = - b_g$

---- Voorbeeld ----

Lijn h is lijn g gespiegeld in de x-as. Geef de formule van lijn h.



Oplossing:

h: $y = -2x - 3$

Uitleg:

We stellen eerst de formule van lijn g op. Het snijpunt met de y-as is $b_g = 3$. De richtingscoëfficiënt van lijn g is $a_g = -2$.

Dus voor lijn h geldt:

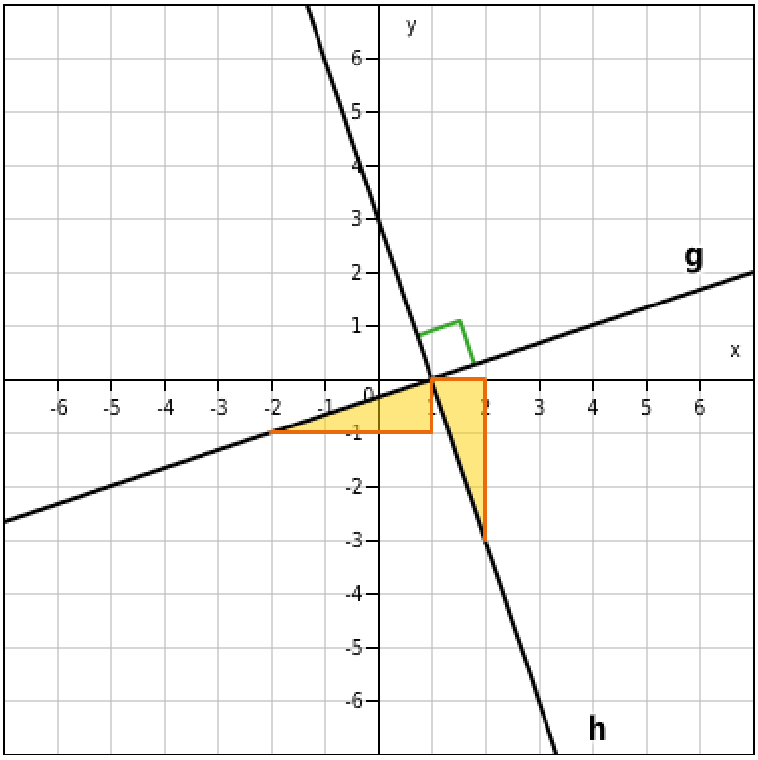
$a_h = -a_g = 2$ en $b_h = -b_g = -3$

Dus de formule van lijn h is:

$y = -2x - 3$

- - - - -

Loodrechte lijnen snijden elkaar onder een hoek van 90°.

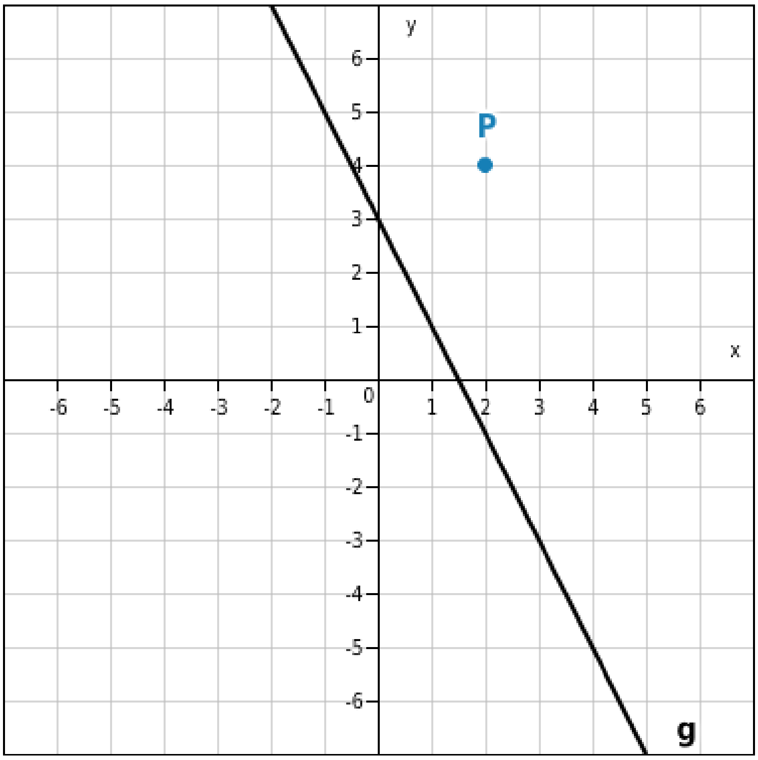


Lijn g heeft richtingscoëfficiënt a_g en lijn h heeft richtingscoëfficiënt a_h. Als lijnen g en h elkaar loodrecht snijden geldt:

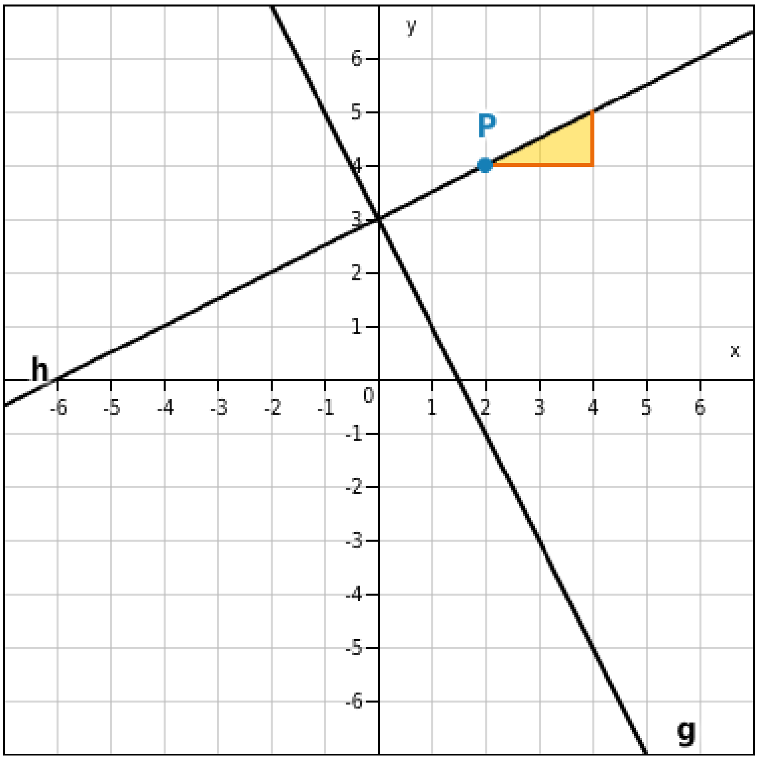
$$a_g = -\frac{1}{a_h}$$

---- Voorbeeld 1 ----

Teken lijn h loodrecht op lijn g door punt P.



Oplossing:



Uitleg:

Stap 1. Bereken de richtingscoëfficiënt a_g van lijn g:

$a_g = \frac{-4}{2} = -2$

Stap 2. Bereken de richtingscoëfficiënt a_h van lijn h:

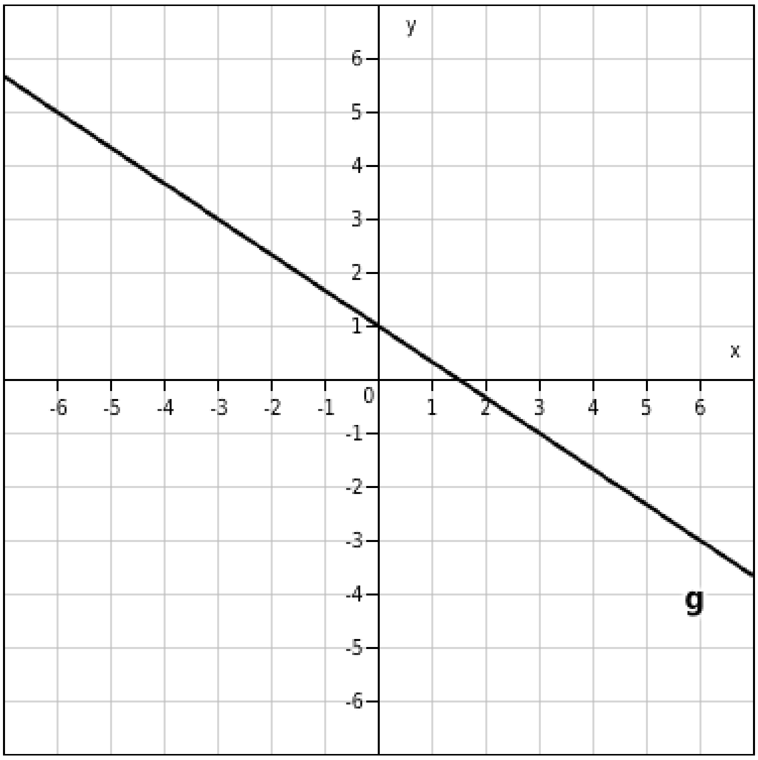
$a_h = -\frac{1}{a_g} = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$

Stap 3. Teken lijn h door P met richtingscoëfficiënt $\frac{1}{2}$.

----- Voorbeeld 2 -----

Vul het ontbrekende getal in de vergelijking van lijn h in zodanig dat lijnen g en h loodrecht op elkaar staan.

h: y = __ x − 2

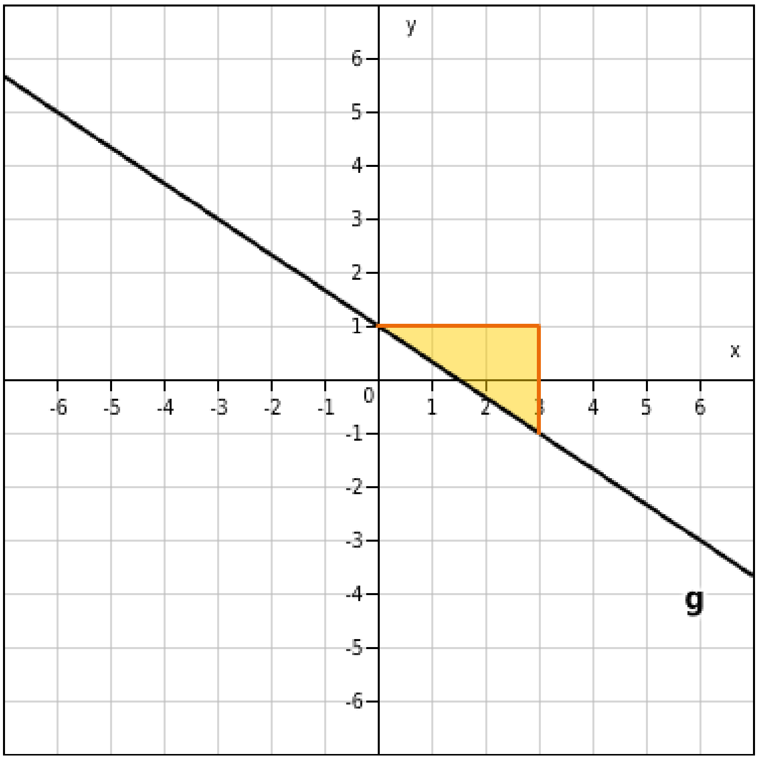


Oplossing:

h: $y = \frac{3}{2} x - 2$

Uitleg:

Het ontbrekende getal is a_h. Als we a_g weten kunnen we a_h berekenen omdat lijnen g en h loodrecht op elkaar staan. We zien in het assenstelsel dat $a_g = -\frac{2}{3}$.



$$a_h = -\frac{1}{a_g} = -\frac{1}{-\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$$

De formule van lijn h wordt dan:

$$y = \frac{3}{2}x - 2$$

Door het vergelijken van twee lineaire formules, kun je de onderlinge positie van hun grafieken bepalen.

Voor twee lijnen g: $y = a_g x + b_g$ en h: $y = a_h x + b_h$ geldt:

- $a_g = a_h$: lijnen g en h zijn evenwijdig
- $a_g = -\frac{1}{a_h}$: lijnen g en h staan loodrecht op elkaar
- $a_g = -a_h$ en $b_g = b_h$: lijnen g en h zijn elkaars gespiegelde in de y-as
- $a_g = -a_h$ en $b_g = -b_h$: lijnen g en h zijn elkaars gespiegelde in de x-as

h

---- Voorbeeld --

Vergelijk de onderstaande formules. Wat kun je zeggen over de onderlinge posities?

f: $y = \frac{1}{2}x + 1$

g: $y = -\frac{1}{2}x - 1$

h: $y = -\frac{1}{2}x + 1$

k: $y = -2x + 5$

Oplossing:

Lijnen **f** en **g** zijn elkaars gespiegelde in de x-as.
Lijnen **f** en **h** zijn elkaars gespiegelde in de y-as.
Lijnen **g** en **h** zijn evenwijdig.
Lijnen **f** en **k** staan loodrecht op elkaar.

Uitleg:

We vergelijken de onderlinge richtingscoëfficiënten en snijpunten met de y-as met elkaar.

Lijn **g** is lijn **f** gespiegeld in de x-as, want:

$a_g = -\frac{1}{2} = -a_f$ en $b_g = -1 = -b_f$

Lijn **h** is lijn **f** gespiegeld in de y-as, want:

$a_h = -\frac{1}{2} = -a_f$ en $b_h = 1 = b_f$

Lijnen **g** en **h** zijn evenwijdig, want:

$a_g = -a_h$ en $b_g \neq b_h$

Lijn **k** staat loodrecht op lijn **f**, want:

$a_k = -2 = -\frac{1}{a_f}$

In de grafiek kunnen we dit ook zien.